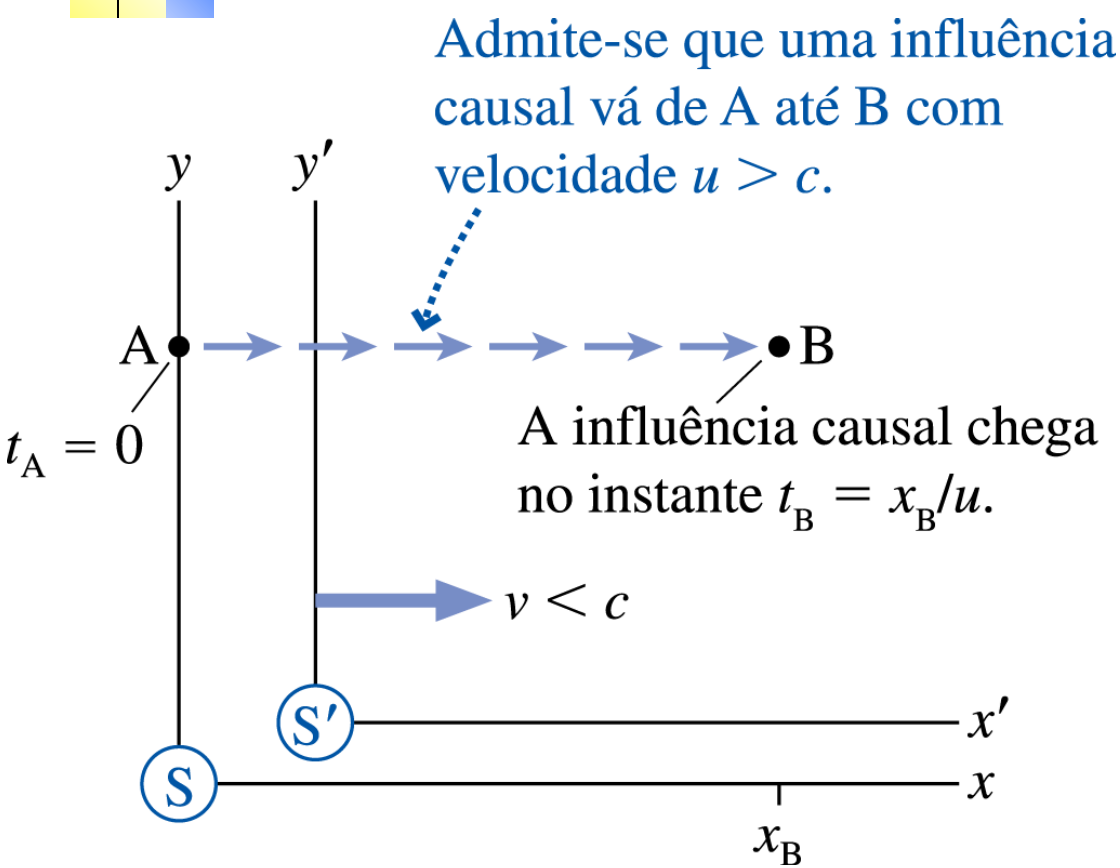
Pode algo andar mais rápido que a luz?



Visto do ref. *S'*:

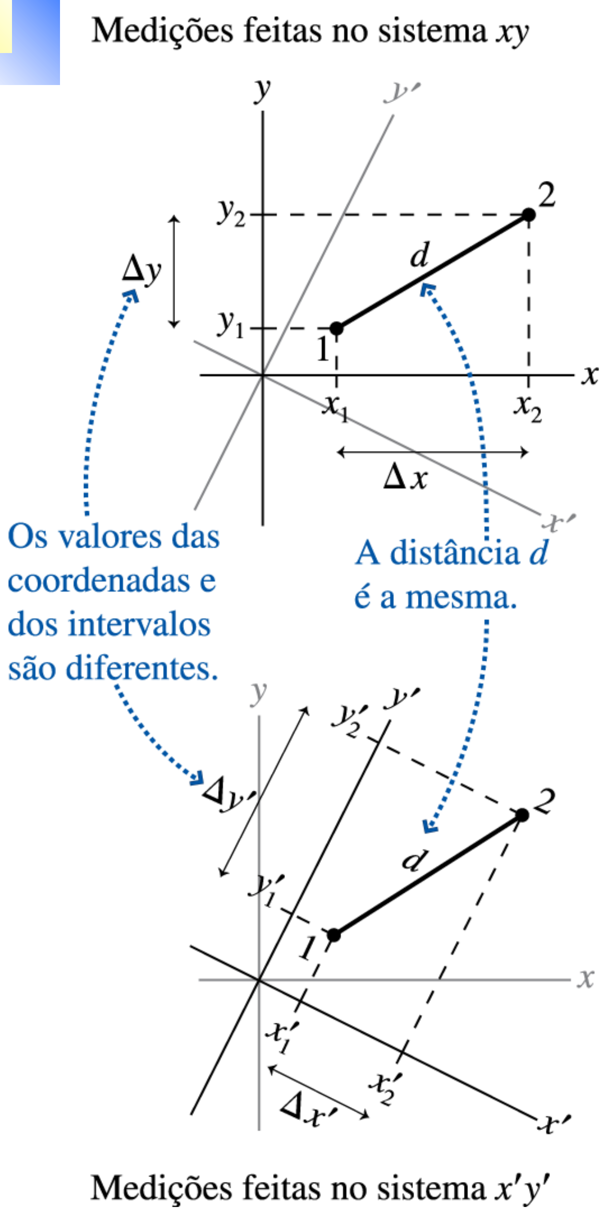
$$t'_A = \gamma\left(t_A - \frac{v}{c^2}x_A\right) = 0$$

$$t'_B = \gamma\left(t_B - \frac{v}{c^2}x_B\right)$$
$$= \gamma t_B\left(1 - \frac{vu}{c^2}\right)$$

Se v > (c / u).c : $t'_B < 0$!!

Se algo pudesse andar mais rápido que a luz, alguns observadores veriam **efeitos acontecerem antes das suas causas**, como num filme rodando ao contrário – absurdo!

O Intervalo entre 2 eventos



Na geometria usual, a **distância espacial** entre 2 pontos não depende da escolha da orientação dos eixos *x* e *y*

$$d^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$$

$$= (\Delta x')^2 + (\Delta y')^2$$

O Intervalo entre 2 eventos

Em relatividade: o ***intervalo espaço-temporal*** entre dois eventos:

$$\boldsymbol{s^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2}$$

é independente do referencial inercial usado para medir *x* e *t*

2 eventos

E1: (x_1, t_1) ou (x'_1, t'_1)

E2: (x_2, t_2) ou (x'_2, t'_2)

$\Delta x = (x_2 - x_1)$; $\Delta t = (t_2 - t_1)$

$$c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 =$$

$$= \gamma^2 \left[c^2(\Delta t' + v\Delta x'/c^2)^2 - (\Delta x' + v\Delta t')^2\right]$$

$$= \cancel{\gamma^2} \left[c^2(\Delta t')^2\cancel{(1 - v^2/c^2)} + (\Delta x')^2\cancel{(v^2/c^2 - 1)}\right.$$
$$\left. + \cancel{2v\Delta x'\Delta t'} - \cancel{2v\Delta x'\Delta t'}\right]$$

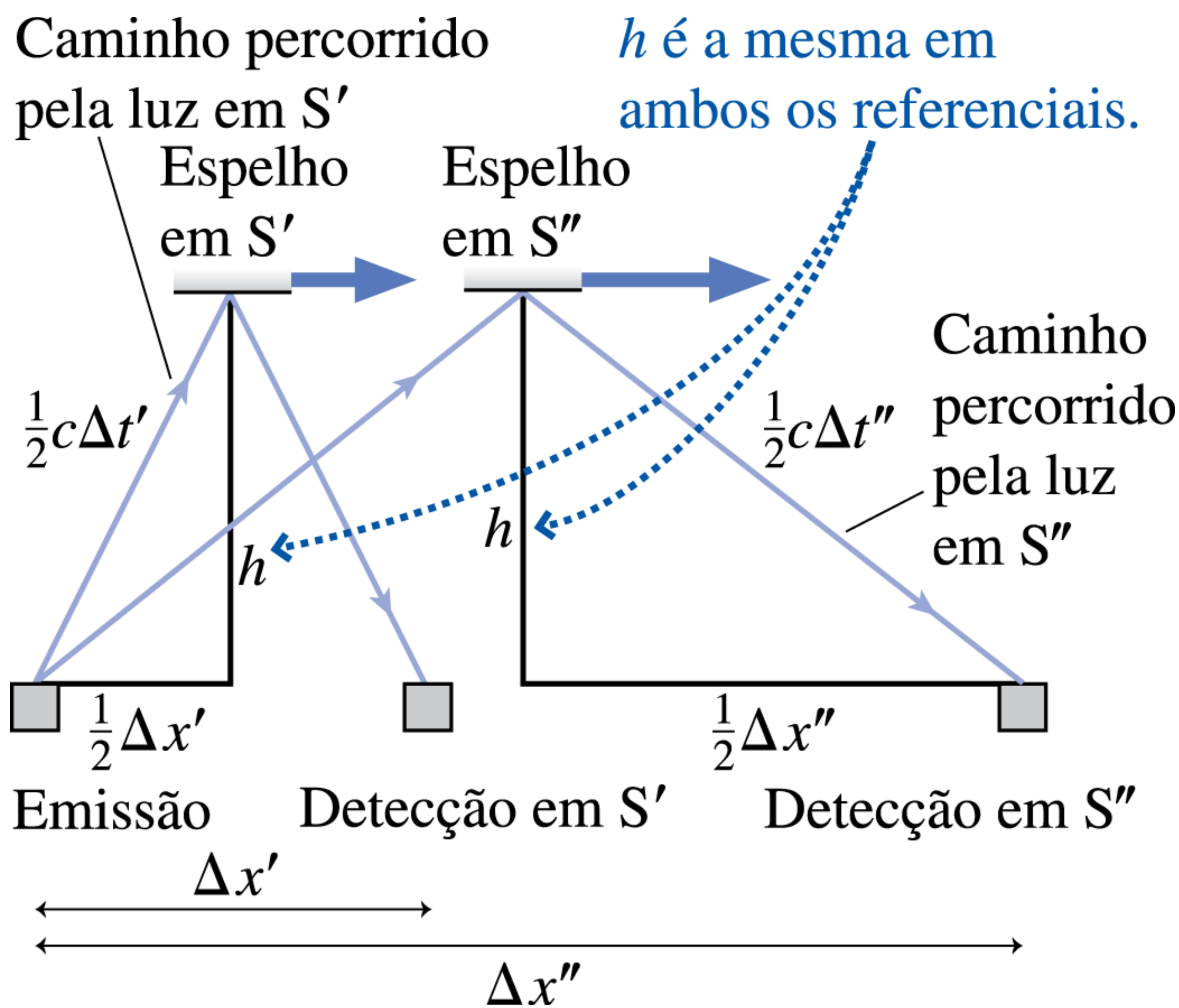
$$= c^2(\Delta t')^2 - (\Delta x')^2$$

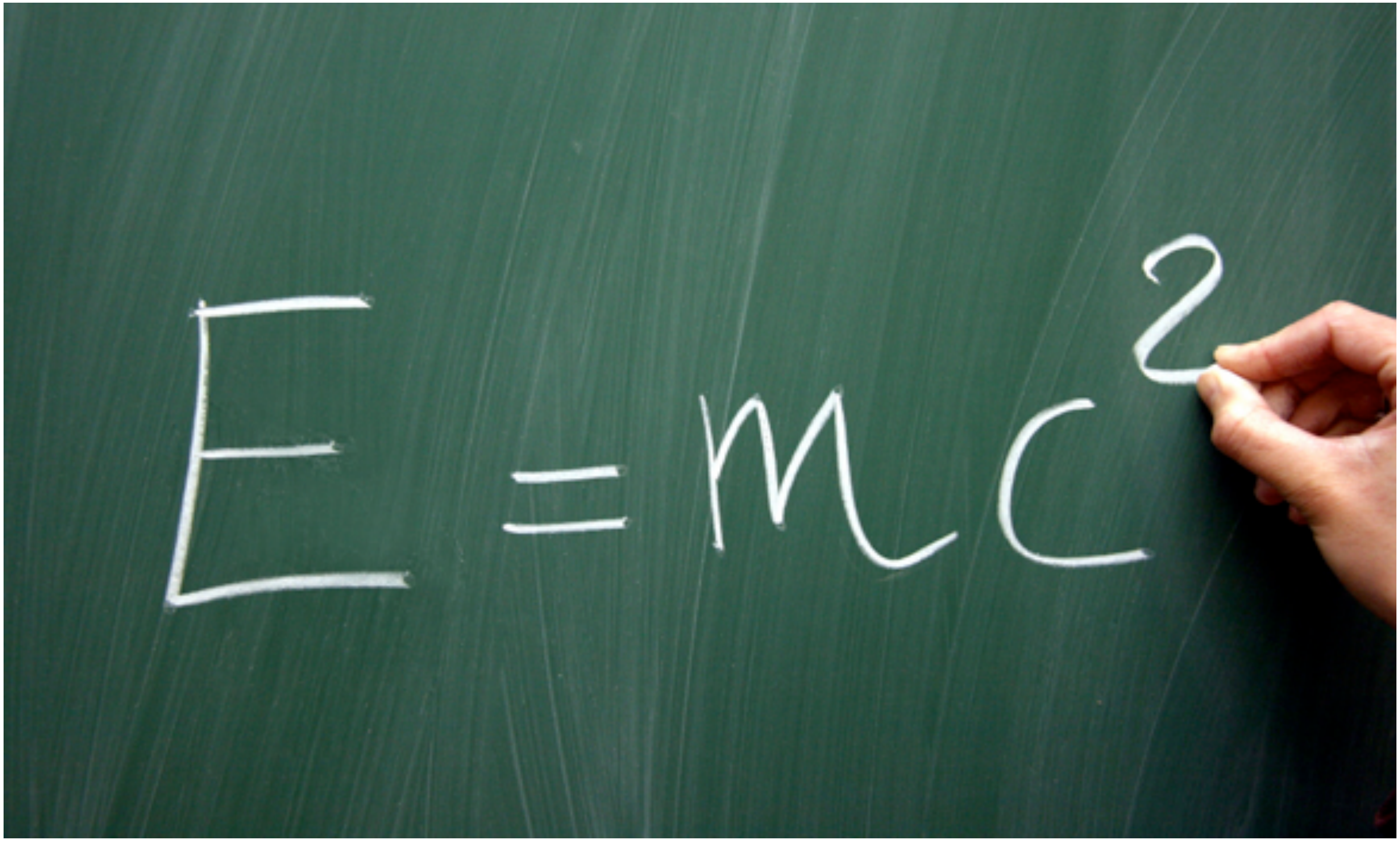
O intervalo *s* não é relativo!!

Interpretação Geométrica do Intervalo entre 2 eventos

E1: Luz é emitida

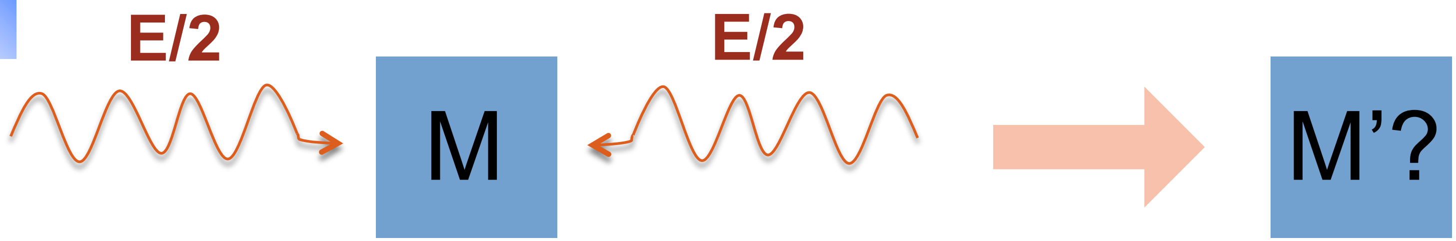
E2: Luz é detectada





$E = mc^2$

$E = mc^2$ - Motivação



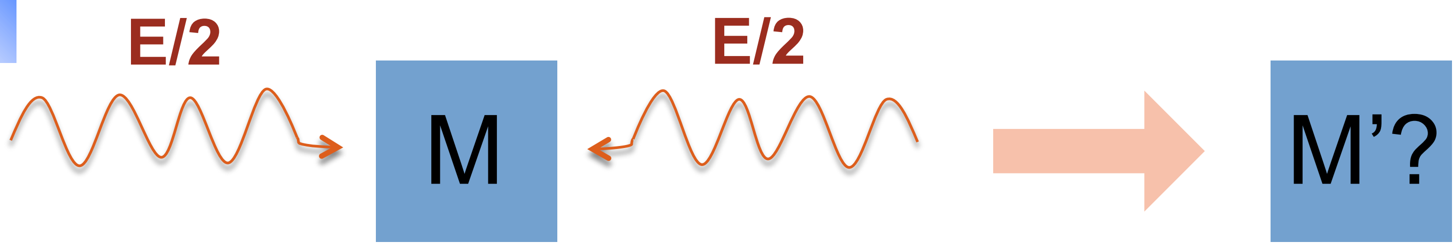
Em um referencial se movendo <u>para baixo</u> com velocidade *v* << *c*

sen α = v/c

$$
\begin{aligned}
dE = F dx &= \frac{dp}{dt} dx \\
&= \frac{dx}{dt} dp \\
&= u dp
\end{aligned}
$$

Cons. momento na dir. *y*: M'v = Mv + 2 (mom. *y* da luz)!

$E = mc^2$ - Motivação



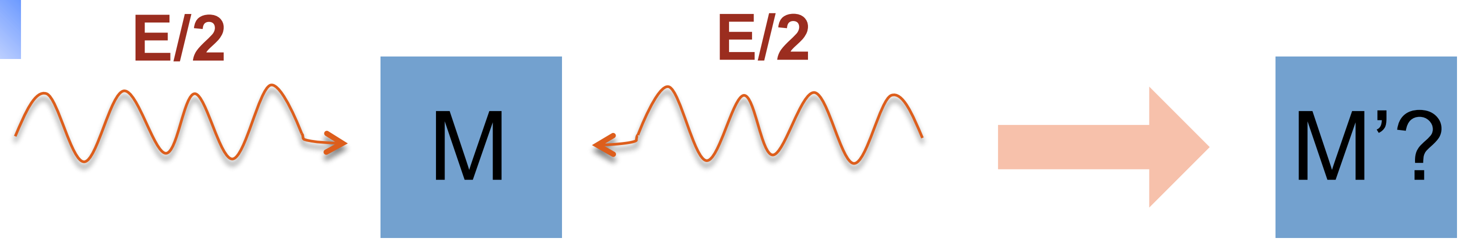
Em um referencial se movendo para baixo com velocidade *v* << *c*

sen α = v/c

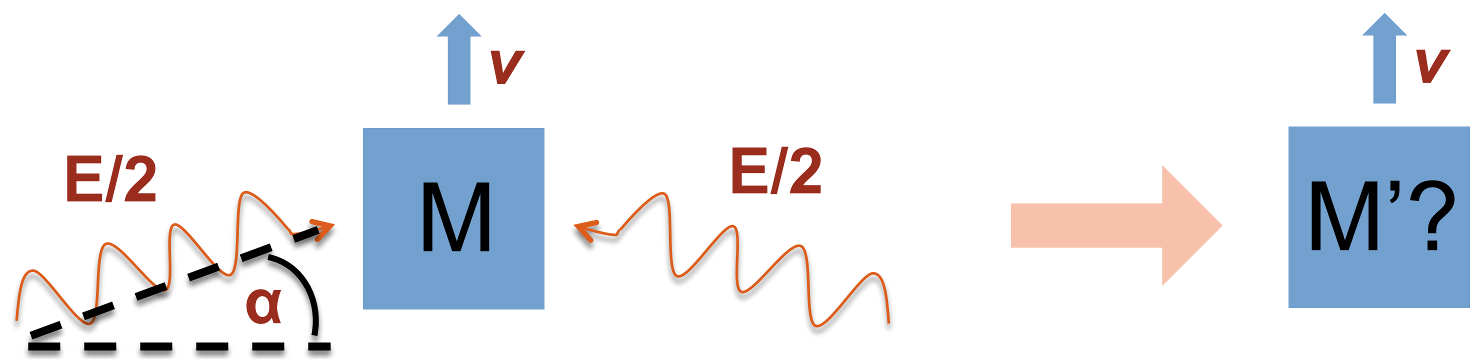
$$dE = F\,dx = \frac{dp}{dt}dx$$
$$= \frac{dx}{dt}dp$$
$$= u\,dp$$

Cons. momento na dir. *y*: M'v = Mv + 2 ((E/2c) sen α)

$E = mc^2$ - Motivação



Em um referencial se movendo <u>para baixo</u> com velocidade *v* << *c*



Cons. momento na dir. *y*: $M'v = Mv + E\,v / c^2$

$$\boxed{E = (M' - M)c^2\,!}$$

Explorando $E_0 = mc^2$

Fissão Nuclear do ^{235}U (^{238}U 99.2% e ^{235}U 0.7 %)

$$n + {}^{235}U \rightarrow {}^{236}U \rightarrow {}^{144}Ba + {}^{89}Kr + 3n$$

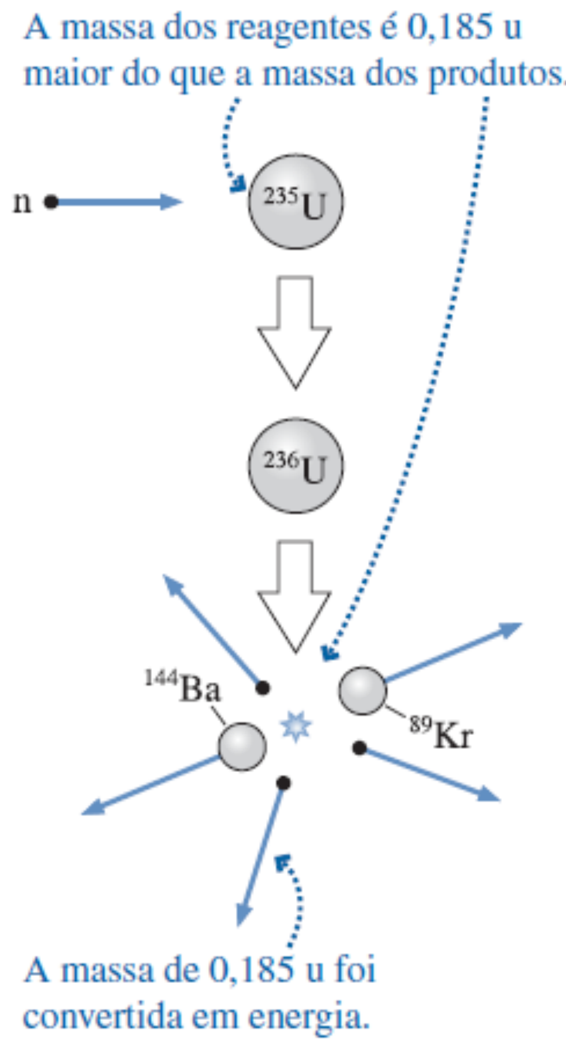
1 u = 1/12 (Massa do ^{12}C) = $1{,}66 \times 10^{-27}$ Kg.

A massa dos produtos somada é 0,185u menor do que a massa dos reagentes.

$$M_{antes} - M_{depois} = 0{,}185\ u = 3.07 \times 10^{-28}\ Kg.$$

$E_0 = mc^2 = 2.8 \times 10^{-11}$ J para um átomo

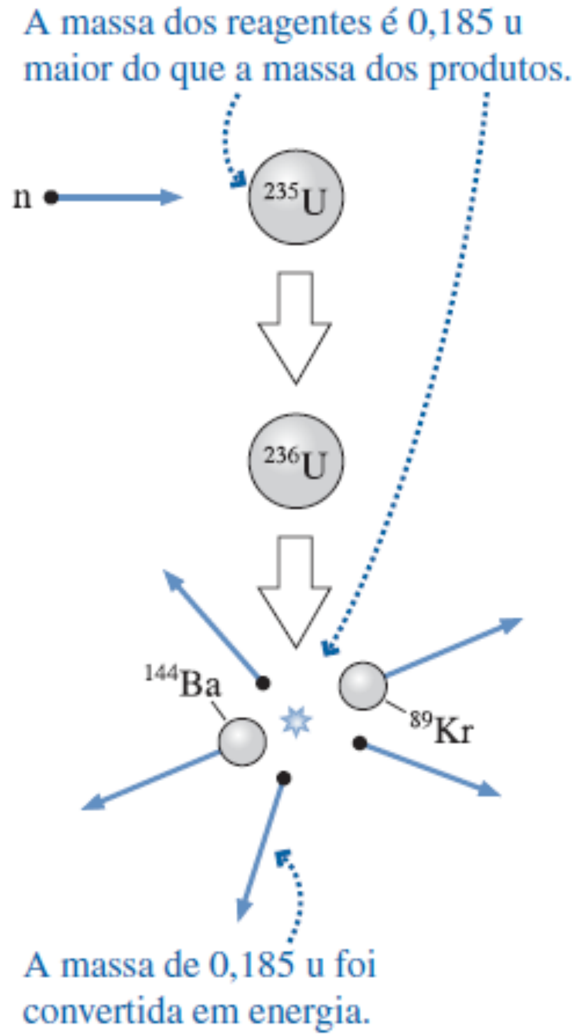
$N = 6.02 \times 10^{23}$ átomos



Explorando $E_0 = mc^2$

Fissão Nuclear do ^{235}U (^{238}U 99.2% e ^{235}U 0.7 %)

Exercício: Uma usina nuclear gera energia térmica (calor) com uma potência de 3 GW. 1 GW dessa energia é convertida em energia elétrica (eficiência 33 %). Quantos átomos de U são fissionados no ano?



$E_0 = mc^2 = 2.8 \times 10^{-11}$ J para um átomo

$N = 6.02 \times 10^{23}$ átomos

Energia e Momento linear Newtonianos

Relembrando: Na mecânica de Newton existem

Leis de conservação:

Conservação do Momento Linear: num sistema isolado de forças externas,

$$\mathbf{P}_i = \mathbf{P}_f$$

onde o vetor $\mathbf{P} = \Sigma_j\, m_j\, \mathbf{u}_j$ é o **momento linear total** das partículas do sistema

Conservação da Energia: num sistema submetido a forças conservativas

$$E_i = E_f$$

onde $E = \underbrace{\boxed{\Sigma_j \tfrac{1}{2} m_j u_j^2}}_{\text{energia cinética}} + \underbrace{\boxed{V(x_1,\ldots,x_n,t)}}_{\text{energia potencial}}$ é a **energia total** das partículas do sistema

Energia e Momento linear Newtonianos

Porém o momento e energia Newtonianos

não são invariantes por transformações de Lorentz:

Ex: Se $\Sigma_j m_j u^i_j = \Sigma_j m_j u^f_j$ vale em um referencial inercial *S*, então em um

referencial *S'* se movendo com velocidade ***relativística*** ***v*** :

$$\Sigma_j m_j u^{i}_j{}' = \sum_j m_j \left(\frac{u^i_j - v}{\sqrt{1 - u^i_j v / c^2}} \right) \neq \Sigma_j m_j u^{f}_j{}'$$

??? P: Será que momento e energia não se conservam mais ???

R: SIM, mas não terão a mesma forma Newtoniana

Energia e Momento linear relativísticos

Adivinhando a forma relativística para o **Momento** de uma partícula

$$P_{Newtoniano} = mu = m\frac{dx}{dt}$$

Um ‘chute’ razoável é tentar medir o momento com respeito ao ***tempo próprio τ da partícula***

$$P_{Relativistico} = m\frac{dx}{d\tau} = m\frac{dx}{dt}\frac{dt}{d\tau} = \frac{mu}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma_p P_{Newtoniano}$$

onde $\gamma_p = \frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$

Obs 1: $\gamma_p \neq \gamma$ **!** (u é a velocidade **da partícula**, não do referencial *S'*)

Obs 2: quando $u << c$, $P_{Relativistico} \longrightarrow P_{Newtoniano}$

Exemplo: Momento linear relativístico

37.11 – Em um acelerador de partículas, elétrons atingem uma velocidade de 0,999c relativamente ao laboratório. A colisão de um elétron com um alvo produz um múon que se move para a frente com uma velocidade igual a 0,95c em relação ao laboratório. A massa do múon vale 1,90 x 10^{-28} kg.

a) Qual é o momento do múon em relação ao referencial do laboratório?
b) E em relação ao referencial do feixe de elétrons?

$$p = \frac{mu}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma_p mu$$

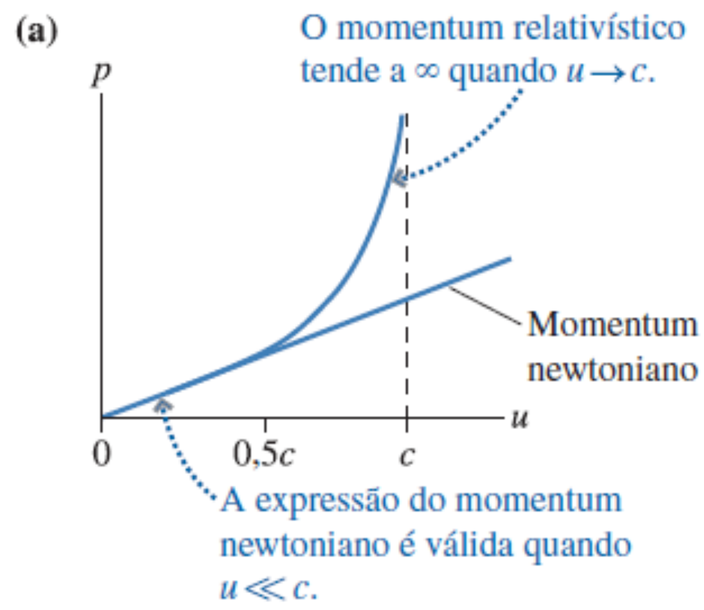
R:a): γ_p = 3,20, p = 1,73 x10^{-19} kg m/s

b): γ'_p = 3,66 , p = -2,01 x10^{-19} kg m/s

Novamente, por que não se pode andar mais rápido que a luz

$$P_{Newtoniano} = mu = m\frac{dx}{dt}$$

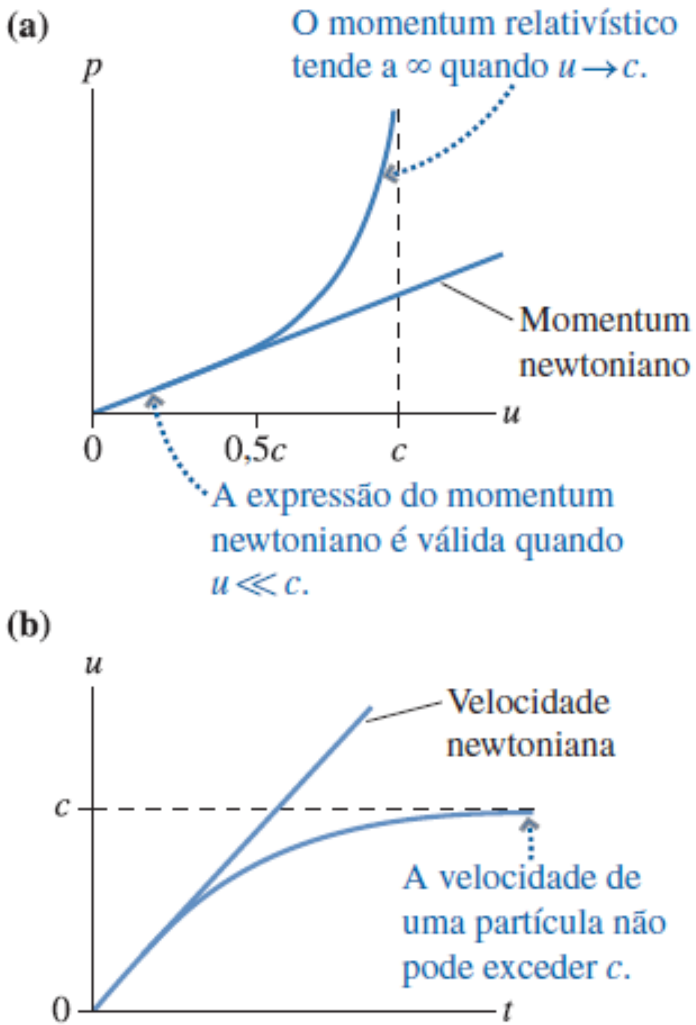
$$P_{Relativistico} = \frac{mu}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \gamma_p mu$$



Novamente, por que não se pode andar mais rápido que a luz

$$P_{Newtoniano} = mu = m\frac{dx}{dt}$$

$$P_{Relativistico} = \frac{mu}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma_p mu$$



Força constante (F = dp/dt = cte) não produz aceleração constante !!

F ≠ m a !

Energia e Momento linear relativísticos

Forma relativística para a **Energia** de uma partícula livre

$$E_{Newtoniano} = \frac{1}{2}mu^2$$

$$\boxed{E_{Relativistico} = \gamma_p mc^2}$$

Justificativa 1: para $u << c$

$$E_{Relativistico} \simeq mc^2\left(1+\frac{u^2}{2c^2}\right) = \boxed{mc^2} + E_{Newtoniano}$$

Energia de repouso $\equiv E_0$
(existe mesmo qdo u =0)

Energia e Momento linear relativísticos

Forma relativística para a **Energia** de uma partícula livre

$$E_{Newtoniano} = \frac{1}{2} m u^2$$

$$E_{Relativistico} = \gamma_p m c^2$$

Justificativa 2: considere 1 partícula se movendo de (x, t) para (x + dx, t + dt) em um ref. *S*. Vamos transformar as expressões P_{relat} e E_{relat} acima para um ref. *S'* :

$u\gamma_p$

$$\frac{mc}{d\tau}\, dx' = \frac{mc}{d\tau}\gamma\,(dx - v\, dt\,)$$

γ_p

$$\frac{mc^2}{d\tau}\, dt' = \frac{mc^2}{d\tau}\gamma\,(dt - v\, dx/c^2)$$

$$P'_{relat} = \gamma\,(P_{relat} - vE_{relat}/c^2)$$

$$E'_{relat} = \gamma\,(E_{relat} - vP_{relat}\,)$$

Transformações de Lorentz para momento e energia

Energia e Momento linear relativísticos

Forma relativística para a **Energia** de uma partícula livre

$$E_{Newtoniano} = \frac{1}{2}mu^2$$

$$E_{Relativistico} = \gamma_p mc^2$$

Justificativa 2: considere 1 partícula se movendo de (x, t) para (x + dx, t + dt) em um ref. *S*. Vamos transformar as expressões P_{relat} e E_{relat} acima para um ref. *S'* :

Para um sistema de *n* partículas, essas transformações continuam valendo para cada partícula, e também para o momento e energia **totais** do sistema

$$P'_{relat} = \gamma\,(P_{relat} - vE_{relat}/c^2)$$

$$E'_{relat} = \gamma\,(E_{relat} - vP_{relat})$$

Transformações de Lorentz para momento e energia

Energia e Momento linear relativísticos

Conclusão: se, num dado referencial *S* observarmos que um sistema satisfaz

$$P^i_{relat} = P^f_{relat} \quad \text{e} \quad E^i_{relat} = E^f_{relat}$$

então um observador no ref. *S'* também observará que

$$P'^i_{relat} = P'^f_{relat} \quad \text{e} \quad E'^i_{relat} = E'^f_{relat}$$

Para um sistema de *n* partículas, essas transformações continuam valendo para cada partícula, e também para o momento e energia **totais** do sistema

$$P'_{relat} = \gamma\,(P_{relat} - vE_{relat}/c^2)$$

$$E'_{relat} = \gamma\,(E_{relat} - vP_{relat})$$

Transformações de Lorentz para momento e energia

Energia e Momento linear relativísticos

Conclusão: se, num dado referencial *S* observarmos que um sistema satisfaz

$$P^{i}_{relat} = P^{f}_{relat} \quad \text{e} \quad E^{i}_{relat} = E^{f}_{relat}$$

então um observador no ref. *S'* também observará que

$$P'^{i}_{relat} = P'^{f}_{relat} \quad \text{e} \quad E'^{i}_{relat} = E'^{f}_{relat}$$

Com essas definições de *P e E,* a conservação de momento e energia torna-se uma propriedade física que **independe da escolha do referencial inercial**, obedecendo assim ao Princípio da Relatividade

Energia e Momento linear relativísticos

Relação ligando momento e energia para 1 partícula

$$P_{Relat} = \gamma_p m u \qquad E_{Relat} = \gamma_p m c^2$$

Invariante em qq ref. inercial

Em particular, no ref. que acompanha a partícula: $s = c\, d\tau$

$$\frac{m^2c^2}{(d\tau)^2} s^2 = \frac{m^2c^2}{(d\tau)^2} c^2 (dt)^2 - \frac{m^2c^2}{(d\tau)^2} (dx)^2$$

$$m^2c^4 = E^2_{relat} - P^2_{relat}\, c^2$$

Energia e Momento linear relativísticos

Relação ligando momento e energia para 1 partícula

$$P_{Relat} = \gamma_p m u \qquad E_{Relat} = \gamma_p m c^2$$

Invariante em qq ref. inercial

Em particular, no ref. que acompanha a partícula: $s = c\, d\tau$

$$\boxed{\frac{m^2c^2}{(d\tau)^2} s^2} = \frac{m^2c^2}{(d\tau)^2} c^2 (dt)^2 - \frac{m^2c^2}{(d\tau)^2} (dx)^2$$

$$E_{relat} = \sqrt{m^2c^4 + P_{relat}^2 c^2}$$

Vale em qualquer referencial inercial